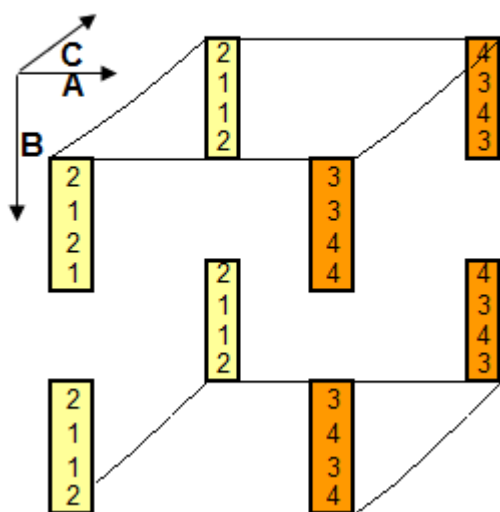


Statistische Versuchsplanung

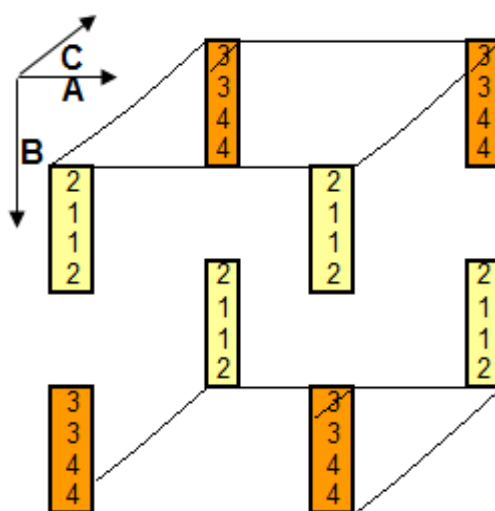
Theorie und Praxis mit Tabellenkalkulation

V 2.1

A-Haupteffekt



BC Wechselwirkung





Urheberrecht und Haftungsausschluss

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Vervielfältigung, Reproduktion, Übersetzung, sowie Weiterverarbeitung und Verbreitung in jeglicher Form, auch auszugsweise, ist ohne ausdrückliche Genehmigung des Autors untersagt.

Der rechtmässige Eigentümer dieser Kopie darf genau ein Druckexemplar unterhalten, und darf Ergebnisse, die mit Hilfe dieses Werkes gewonnen werden, unbegrenzt weiterverwenden unter Nennung der Angabe "www.reiter1.com", oder einer anderen Angabe, die eindeutig auf den Verfasser dieses Werkes schliessen lässt.

Die Benutzung dieses Werkes, sowie die zu www.reiter1.com gehörenden Internetseiten, auf die dieses Werk verweist, und die Umsetzung der darin enthaltenen Informationen, erfolgt ausdrücklich auf eigenes Risiko. Der Verfasser kann für etwaige Schäden jeder Art aus keinem Rechtsgrund eine Haftung übernehmen, Rechts- und Schadenersatzansprüche sind ausgeschlossen.

Dieses Werk wurde unter größter Sorgfalt erarbeitet. Dennoch können Druckfehler und Falschinformationen nicht vollständig ausgeschlossen werden. Der Verfasser übernimmt keine Haftung für die Aktualität, Richtigkeit und Vollständigkeit der Inhalte, ebenso nicht für Druckfehler.

Für die Inhalte von in diesem Werk erwähnten Internetseiten, die nicht zu www.reiter1.com gehören, sind ausschließlich die Betreiber der jeweiligen Internetseiten verantwortlich.

Vorwort

Dieser Lehrgang vermittelt solides Hintergrundwissen zu statistischer Versuchsplanung, und richtet sich besonders an den Praktiker.

Alles theoretisch Abgehandelte, sowie alle Versuchsplanungsbeispiele, werden Schritt für Schritt mit konkreten Zahlenwerten durchgerechnet.

Methodik und Rechengang orientieren sich an den Möglichkeiten von Tabellenkalkulations- Programmen wie z.B. MS Excel, die heute jedermann zur Verfügung stehen.

Alle in diesem Lehrgang dargestellten Berechnungen stehen in einer separaten Exceldatei zur Verfügung. Alle Versuchsplanungsbeispiele können somit als Vorlage für eigene Studien und Versuche verwendet werden.

Die konsequente Anlehnung an die Gegebenheiten von Tabellenkalkulationsprogrammen soll dem Anwender das „Spielen mit Zahlen“ ermöglichen. Dadurch bekommt er ein praktisches Gefühl für das bei vorgegebenen Rahmenbedingungen Machbare.

Dieser Lehrgang verheimlicht nicht die realen Gegebenheiten in der statistischen Versuchspraxis. Genauso wie Prozesse selten fähig, und Weibullplots fast nie signifikant sind, gibt es in der Statistischen Versuchsplanung nur selten Situationen, wo man *Wechselwirkungen* (siehe Kapitel 4) tatsächlich vernachlässigen könnte.

Gerade deshalb sind die Beispiele so aufgebaut, dass „schöne“ Ergebnisse kaum vorkommen. Zusammen mit noch weiteren eingebauten Tücken bilden sie daher die praktisch vorzufindende Realität gut ab, die freilich auch gescheiterte Versuche beinhaltet.

Das bedeutet allerdings nicht, dass Statistische Versuchsplanung an sich oft scheitert, sondern vielmehr, dass die betreffenden Anwender mangels methodischer Kenntnisse die Situation falsch einschätzen. Meistens sind es unerkannte Wechselwirkungen, die aus nichtlinearen Zusammenhängen zwischen Variablen resultieren.



Dieser Lehrgang vermittelt alle notwendigen Kenntnisse, damit der angehende Versuchsplaner vor derartigen Enttäuschungen bewahrt wird. Alle Berechnungen sind sehr ausführlich dargestellt. Es kommen keine nur in bestimmten Fällen funktionierenden Tricks vor.

Insbesondere die Taguchi Methodik (Kapitel 20) kann durch Verzicht auf statistisches Fundament wohl ziemlich schnell beigebracht werden, doch gerade wegen der fast immer gegenwärtigen Wechselwirkungen erfordert ausgerechnet sie besondere Erfahrung in Statistischer Versuchsplanung. Ohne ausreichende Kenntnisse in der „klassischen“ Versuchsplanung, und dazu gehört unbedingt ein solides Fundament in allgemeiner Statistik, ist die Anwendung der Taguchi Methodik in der Regel zum Scheitern verurteilt. Daher ist Anfängern grundsätzlich zu empfehlen, mit „klassischer“ Versuchsplanung zu beginnen.

Abgesehen davon, dass sich keine klare Grenze zwischen „klassischer“ Versuchsplanung und Taguchi Methodik ziehen lässt, sollte letztere als ein Spezialwerkzeug verstanden werden, das nur für ganz bestimmte Zwecke einsetzbar ist.

Warum?

Die Natur kümmert sich nicht darum, ob man Wechselwirkungen berücksichtigen *will*; es kommt allein darauf an, ob sie objektiv vorhanden sind, und ausschliesslich danach hat sich valide Versuchsplanung zu richten.

Die Taguchi Versuchspläne, wenn man sie vollständig verwendet, setzen die Nichtexistenz von Wechselwirkungen, also lineares und additives Verhalten der Faktoren voraus.

Doch gerade dann braucht man *überhaupt keine* Statistische Versuchsplanung, weil man nämlich mit der einfachen Methode „immer nur einen Faktor ändern“ genauso schnell zum Ziel kommt.

Umgekehrt ist die Taguchi Methodik immer dann ungeeignet, wenn mit vielen Wechselwirkungen zu rechnen ist, oder wenn man die Wechselwirkungen schlecht einschätzen kann; beides ist der praktische Regelfall.

Was für die Taguchi Methodik bleibt, ist eine Nische, in der tatsächlich nur wenige ausgewählte Wechselwirkungen vorkommen, die obendrein noch gut einschätzbar sein müssen.

Damit ist die Anwendung der Taguchi Methodik faktisch beschränkt auf Six Sigma Projekte, also auf die weitere Verbesserung bereits gut funktionierender Prozesse.

Änderungsliste

Datum, Version	Änderungsgrund
06.01.2016, V1.0	Erstausgabe
30.05.2016, V1.1	Vollständige Überarbeitung. - Kapitel 23, Computergestützte Verfahren, hinzu.
06.12.2016, V1.2	Vollständige Überarbeitung. - Kapitel 22.9, Alpha-Anpassung nach Bonferroni hinzu. - Stichwortverzeichnis hinzu. - Viele Textpassagen ausführlicher formuliert, dadurch insgesamt ca. 25 Seiten mehr. - Diverse formale Korrekturen, insbesondere in Ausdrücken der Art „ $t_{14;0,95}$ “. - Korrektur von in diversen Tabellen falsch abgebildeten und zu grob gerundeten Zahlenwerten.
28.02.2017, V1.3	Vollständige Überarbeitung. - Verbesserung zahlreicher Formulierungen und der inhaltlichen Durchgängigkeit.



Datum, Version	Änderungsgrund
	<ul style="list-style-type: none"> - Abschnitt mit Urheberrecht und Haftungsausschluss hinzugefügt. - Mehrere Fehler in Tabelle 39 korrigiert. - Kapitel 19.3 und 19.4: Mehrere Formelfehler in Tabelle 72 und Tabelle 74 berichtigt. Entsprechende Stellen in der Exceldatei berichtigt. Kapitel 22.2.3 und 22.3.3: Fehler in der Berechnung einiger Varianzen korrigiert. Entsprechende Stellen in der Exceldatei berichtigt. - Kapitel 24.5.3: Mehrere falsche Schlussfolgerungen berichtigt. - Kapitel 26.6: Formelfehler, Werte in Tabelle 106, und Fehler in den Excel Formeln berichtigt.
31.03.2017, V1.3a	<ul style="list-style-type: none"> - Hinweis zur Berechnung der Wechselwirkung in Kapitel 3.3 ergänzt - Mehrere Änderungen in Kapitel 19.5.2 und 19.5.3. - Einiges aus Kapitel 19.5.3. entfernt. - Kapitel 19.5.2: Fehler in der Wechselwirkung Lötart-Orientierung behoben.
07.02.2018, V2.0	<ul style="list-style-type: none"> - Zahlreiche kleinere Änderungen und Korrekturen kleinerer Fehler - Ermittlung der optimalen Faktoreinstellungen in fast allen Modellgleichungen mit dem Excel Solver. Der Solver muss in Excel ggfs. erst aktiviert werden. - Mehrere neue Kapitel hinzu: <ul style="list-style-type: none"> 15: Zentral zusammengesetzte Pläne 18: Signifikanzermittlung ohne Messwiederholung 19: Mischungspläne 24.1: Allgemeine Herleitung von orthogonalen $2^{(n-k)}$ Feldern mit bestimmter Auflösung 24.2: Darstellung einiger orthogonaler $3^{(n-k)}$ Felder mit bestimmter Auflösung 25: Zufällige Effekte; Mess-System Analyse Dadurch verschieben sich vorhandene Kapitel nach hinten.
19.12.2019, V2.1	<ul style="list-style-type: none"> Mehrere kleine Fehler behoben. Mehrere Passagen verbessert und mit dem SPC Lehrgang abgeglichen.

Anmerkung:

Der Verfasser verwendet kein ß.

Kurzbeschreibung der Rechenbeispiele

<p>Beispiel_1</p> <p>Seite 115</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 2^3 vollfaktorieller Versuchsplan mit Zentralpunkt. • Bestimmung der Anzahl notwendiger Messungen, um einen vermuteten Effekt mit definierter Sicherheit nachzuweisen. • Im Zentralpunkt wird 4x, und an den Eckpunkten jeweils 2x gemessen. • Die Effekte werden zunächst visualisiert, dann mit der Methode der linearen Kontraste dargestellt. • Alle Effekte und Wechselwirkungen, sowie eine den Daten eventuell innewohnende Nichtlinearität, werden mit dem t-Test auf Signifikanz geprüft. • Effekte und Wechselwirkungen werden zusätzlich mittels ANOVA-Tabelle und F-Test auf Signifikanz geprüft. • Schliesslich wird aus den gewonnenen Daten ein Vorhersagemodell aufgestellt, das jedoch nicht weiter statistisch getestet wird.
<p>Beispiel_2</p> <p>Seite 146</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 2^{5-1} teilfaktorieller Versuchsplan. • Zunächst wird ein 2^5 vollfaktorieller Plan auf 2^{5-1} reduziert, und die Konsequenzen aufgrund der dadurch entstehenden Vermengungen



	<p>aufgezeigt.</p> <ul style="list-style-type: none">• An 4 Stellen wird 2x gemessen, an allen anderen Stellen nur 1x.• Alle Effekte und Wechselwirkungen werden mit dem t-Test auf Signifikanz geprüft.
Beispiel_3 Seite 159	<ul style="list-style-type: none">• 3^2 teilfaktorieller Versuchsplan.• An allen Stellen wird nur 1x gemessen.• Einführung in die Kleinste Quadrate Methode, sowie in die dafür nötige Matrizenrechnung.• Aufstellung eines quadratischen Vorhersagemodells, einer sogenannten Wirkungsfläche (Response Surface).• Quantitative Überprüfung des Modells.
Beispiel_4 Seite 171	<ul style="list-style-type: none">• 3^3 teilfaktorieller Versuchsplan.• An allen Stellen wird nur 1x gemessen.• Zunächst Ausprobieren eines <i>nicht</i> funktionierenden Versuchsplanes.• Die inverse Matrix als Indikator für a) funktionierende, und b) gute Versuchspläne.• Entwicklung eines funktionierenden, aber schlechten Versuchsplanes anhand der inversen Matrix.• Aufstellung eines quadratischen Vorhersagemodells, einer sogenannten Wirkungsfläche (Response Surface) mit Hilfe der Kleinsten Quadrate Methode (Matrizenrechnung).• Quantitative Überprüfung des Modells.
Beispiel_5 Seite 190	<ul style="list-style-type: none">• 3^3 Box-Behnken Versuchsplan.• Im Zentralpunkt wird 4x, und an allen anderen Stellen jeweils 1x gemessen.• Aufstellung eines quadratischen Vorhersagemodells, einer sogenannten Wirkungsfläche (Response Surface) mit Hilfe der Kleinsten Quadrate Methode (Matrizenrechnung).• Quantitative Überprüfung des Modells.• Alle Effekte und Wechselwirkungen, sowie eine den Daten eventuell innewohnende Nichtlinearität, werden mit dem t-Test auf Signifikanz geprüft.
Beispiel_6 Seite 212	<ul style="list-style-type: none">• 3^3 Sternpunkt Versuchsplan.• Im Zentralpunkt und an allen anderen Stellen wird jeweils 2x gemessen.• Aufstellung eines quadratischen Vorhersagemodells, einer sogenannten Wirkungsfläche (Response Surface), mit Hilfe der Kleinsten Quadrate Methode (Matrizenrechnung).• Quantitative Überprüfung des Modells.• Alle Effekte und Wechselwirkungen, sowie eine den Daten eventuell innewohnende Nichtlinearität, werden mit dem t-Test auf Signifikanz geprüft.
Beispiel_7 Seite 231	<ul style="list-style-type: none">• Zusammenhängende Strategie aus 2 Versuchsplänen.• Bestimmung der Anzahl notwendiger Messungen, um einen vermuteten Effekt mit definierter Sicherheit nachzuweisen.• Erster Versuchsplan: 2^2 vollfaktoriell mit Zentralpunkt.• Im Zentralpunkt wird 6x, und an den Eckpunkten jeweils 2x gemessen.• Die Effekte werden mit der Methode der Linearen Kontraste dargestellt.• Alle Effekte und Wechselwirkungen, sowie eine den Daten eventuell innewohnende Nichtlinearität, werden mit dem t-Test auf Signifikanz geprüft.• Aufstellen eines linearen Vorhersagemodells. Dieses Modell dient als Grundlage zur Entwicklung des zweiten Versuchsplans.



	<ul style="list-style-type: none">• Zweiter Versuchsplan: 3^2 teilfaktoriell mit Zentralpunkt.• Im Zentralpunkt wird 2x, und an allen anderen Stellen jeweils 1x gemessen.• Zur Erhöhung der Varianzinformation überschneiden sich die beiden Versuchspläne in einem Messpunkt.• Aufstellung eines quadratischen Vorhersagemodells, einer sogenannten Wirkungsfläche (Response Surface), mit Hilfe der Kleinsten Quadrate Methode (Matrizenrechnung).• Quantitative Überprüfung und Visualisierung des quadratischen Modells.• Ausführliche Beschreibung des Zusammenhangs zwischen gepoolter Varianz, Varianz-Kovarianz Matrix, und den Modellkoeffizienten.• Die Koeffizienten des quadratischen Modells werden mit dem t-Test auf Signifikanz geprüft.• Am Schluss wird das lineare Modell des ersten Versuchsplans (anstelle mit der Methode der Linearen Kontraste) mit der Kleinsten Quadrate Methode aufgestellt, und die Modellparameter auf Signifikanz geprüft.
Beispiel_8a Seite 279	<ul style="list-style-type: none">• Signifikanzberechnungen von Beispiel_2 mit Hilfe des Wahrscheinlichkeitsnetzes der Normalverteilung unter Verwendung der nichtsignifikanten Effekte.• Diese Methode gestattet Signifikanzbetrachtungen ohne Messwiederholungen.
Beispiel_8b Seite 287	<ul style="list-style-type: none">• Signifikanzberechnungen von Beispiel_5 mit Hilfe des Wahrscheinlichkeitsnetzes der Normalverteilung unter Verwendung der nichtsignifikanten Effekte.• Diese Methode gestattet Signifikanzbetrachtungen ohne Messwiederholungen.
Beispiel_8c Seite 293	<ul style="list-style-type: none">• Signifikanzberechnungen von Beispiel_6 mit Hilfe des Wahrscheinlichkeitsnetzes der Normalverteilung unter Verwendung der nichtsignifikanten Effekte.• Diese Methode gestattet Signifikanzbetrachtungen ohne Messwiederholungen.
Beispiel_9a Seite 308	<ul style="list-style-type: none">• Mischungsplan 2. Ordnung für 3 Komponenten• Aufstellung eines quadratischen Vorhersagemodells, einer sogenannten Wirkungsfläche (Response Surface), mit Hilfe der Kleinsten Quadrate Methode (Matrizenrechnung).• Bestimmung des Optimums mit dem Excel Solver
Beispiel_9b Seite 312	<ul style="list-style-type: none">• Mischungsplan 2. Ordnung für 3 Komponenten, eingebettet in einen Versuchsplan 1. Ordnung für 2 weitere Komponenten.• Aufstellung eines quadratischen Vorhersagemodells, einer sogenannten Wirkungsfläche (Response Surface), mit Hilfe der Kleinsten Quadrate Methode (Matrizenrechnung).• Bestimmung des Optimums mit dem Excel Solver
Beispiel_10a Seite 321	<ul style="list-style-type: none">• Randomisierter Blockversuch.• Aufstellung eines speziellen Modells, das von vorne herein nur bestimmte Effekte berücksichtigt.• Das Prinzip der Zerlegung in innere und äussere Quadratesummen, sowie der Umgang mit Freiheitsgraden, werden ausführlich unter verschiedenen Blickwinkeln dargestellt.• Auswertung verschiedener Effekte mit dem F-Test.



Beispiel_10b Seite 328	<ul style="list-style-type: none">• Lateinisches Quadrat.• Aufstellung eines speziellen Modells, das von vorne herein nur bestimmte Effekte berücksichtigt.• Das Prinzip der Zerlegung in innere und äussere Quadratesummen, sowie der Umgang mit Freiheitsgraden, werden ausführlich unter verschiedenen Blickwinkeln dargestellt.
Beispiel_10c Seite 332	<ul style="list-style-type: none">• Split Plot Versuchsplan.• Aufstellung eines speziellen Modells, das von vorne herein nur bestimmte Effekte berücksichtigt.• Das Prinzip der Zerlegung in innere und äussere Quadratesummen, sowie der Umgang mit Freiheitsgraden, werden ausführlich unter verschiedenen Blickwinkeln dargestellt.• Auswertung verschiedener Effekte mit ANOVA Tabellen (F-Tests).
Beispiel_11 Seite 355	<ul style="list-style-type: none">• Taguchi Versuch• 2^3 Designmatrix + Taguchi L_4 Rauschmatrix.• Festlegung einer Verlustfunktion.• Im Zentralpunkt und an allen anderen Stellen wird jeweils 4x gemessen.• Die Lageeffekte werden zunächst mit der Methode der Linearen Kontraste dargestellt, und dann visualisiert.• Die Dispersionseffekte werden mit der Methode der linearen Kontraste dargestellt.• Anwendung des Welch-Satterthwaite Verfahrens bei inhomogenen Varianzen.• Alle Effekte und Wechselwirkungen, sowie eine den Daten eventuell innewohnende Nichtlinearität, werden auf Signifikanz geprüft.
Beispiel_12 Seite 366	<ul style="list-style-type: none">• Taguchi Versuch mit Dummyfaktorstufen.• Taguchi L_{16} Designmatrix + Taguchi L_{16} Rauschmatrix.• Graphische Darstellung der Lage- und Dispersionseffekte.• Auswertung verschiedener Lage- und Dispersionseffekte mit ANOVA Tabellen und F-Tests in einer allgemeineren Weise, die auch für mehr als 2-stufige Faktoren anwendbar ist.• Nach enttäuschender Versuchsbilanz neue Auswertung von nur einem Teil der Daten.• Graphische Darstellung der Lage- und Dispersionseffekte• Auswertung verschiedener Lage- und Dispersionseffekte mit ANOVA Tabellen und F-Tests in einer allgemeineren Weise, die auch für mehr als 2-stufige Faktoren anwendbar ist.• Überprüfung der neuen Auswertung auf Signifikanz mit dem t-Test.



Inhaltsverzeichnis, nur Grosskapitel

1	Einleitung	22
2	Allgemeine Grundlagen	28
3	Varianzanalyse, ANOVA Grundprinzip	91
4	Visualisierung von Haupteffekten und Wechselwirkungen	100
5	2 ³ Vollfaktorieller Plan mit Zentralpunkt, Beispiel_1	115
6	2 ^k Teilfaktorielle Versuchspläne, Theorie	132
7	2 ⁵⁻¹ Teilfaktorieller Plan, Beispiel_2	146
8	3 ^k Teilfaktorielle Versuchspläne, Wirkungsfläche (Response Surface), Theorie	155
9	3 ² Teilfaktorieller Plan, Wirkungsfläche (Response Surface), Regressionsmodell und Kleinste Quadrate Methode, Theorie und Beispiel_3	159
10	3 ³ Teilfaktorieller Plan, Wirkungsfläche (Response Surface), Beispiel_4	171
11	Box-Behnken Versuchspläne, Theorie	181
12	3 ³ Box-Behnken Versuchsplan, Beispiel_5	190
13	Sternpunkt Versuchspläne, Theorie	208
14	3 ³ Sternpunkt Versuchsplan, Beispiel_6	212
15	Zweistufige Versuchsplanungs-Strategie, Beispiel_7	231
16	Central Composite Designs, Zentral zusammengesetzte Versuchspläne	255
17	Signifikanzberechnungen ohne Messwiederholung, Beispiel 8a, 8b, 8c, 8d	270
18	Versuchspläne für Mischungen, Beispiele 9a, 9b	300
19	Blockbildung, Übungen mit Freiheitsgraden, Beispiele 10a, 10b, 10c	319
20	Statistische Versuchsplanung nach Taguchi	345
21	Taguchi: Beispiel_11	355
22	Taguchi: Beispiel_12, Dummyvariablen	366
23	Signal-Rauschverhältnisse	384
24	Orthogonale Felder	388
25	Zufällige Effekte	428
26	Verschiedenes	431
27	Computergestützte Verfahren	450
28	Zusammenfassung	458
29	Stichwortverzeichnis	463

Inhaltsverzeichnis, alle Unterkapitel

1	Einleitung	22
1.1	Grundkonzepte	22
1.2	Statistische Methoden	22
1.3	Verteilungsfunktionen	23
1.4	Varianz	24
1.5	Orthogonale Felder, Versuchspläne	25
1.6	Freiheitsgrade	25
1.7	Signifikanz versus Relevanz	25
1.7.1	Einseitige statistische Hypothese: Nur H0 (eine Welt)	26
1.7.2	Zweiseitige statistische Hypothese: H0 und H1 (2 Welten)	26
1.8	Matrizenrechnung	27
2	Allgemeine Grundlagen	28
2.1	Varianz, Standardabweichung und Freiheitsgrade	28
2.1.1	Freiheitsgrade	29
2.1.1.1	Beispiel: Mittelwert	29
2.1.1.2	Beispiel: Varianz	30
2.1.2	Mittelung von Varianzen, Pooling	34
2.1.3	Veranschaulichung der Varianz, Normalverteilung	34
2.2	Kovarianz	37



2.3	Zentraler Grenzwertsatz, Normalverteilung	39
2.3.1	Veranschaulichung.....	39
2.3.2	Zum Begriff Approximativ / Überleitung zur t-Verteilung	41
2.4	t-Verteilung.....	43
2.4.1	Vertrauensintervalle von Mittelwerten, Signifikanz.....	46
2.4.1.1	Abgrenzung Zufallsstrebereich - Vertrauensintervall.....	46
2.4.1.2	Alpharisiko und Signifikanz.....	47
2.5	Statistischer Hypothesentest: t-Test für 1 Stichprobe	51
2.5.1.1	Szenario 1	51
2.5.1.2	Szenario 2	54
2.5.1.3	Szenario 3	55
2.5.1.4	Szenario 4	56
2.5.1.5	Szenario 5	57
2.6	Statistischer Hypothesentest: t-Test für 2 Stichproben	60
2.6.1	Gleiche Varianzen	60
2.6.1.1	Szenario 1	62
2.6.1.2	Szenario 2	64
2.6.1.3	Szenario 3	65
2.6.2	Ungleiche Varianzen	67
2.6.2.1	Szenario 1	67
2.6.2.2	Szenario 2	69
2.6.2.3	Szenario 3	71
2.7	Statistischer Hypothesentest: F-Test auf Varianzunterschiede	73
2.7.1.1	Szenario 1	74
2.7.1.2	Szenario 2	75
2.8	Fallzahlplanung	76
2.8.1	Betarisiko	77
2.8.2	Theoretische Herleitung	80
2.8.3	Praxistaugliche Formel.....	82
2.8.4	Beispiel	83
2.8.4.1	Bestimmung des optimalen Stichprobenumfangs	83
2.8.4.2	Abschätzung Betarisiko aus dem bisher verwendeten Beispiel.....	84
2.8.4.3	Stichprobenumfang und Anzahl Faktoren.....	85
2.9	Multiplikation zweier Matrizen mit dem Excelbefehl MMULT(matrix1;matrix2)	86
2.10	Umkehrung einer Matrix mit dem Excelbefehl MINV(matrix).....	89
3	Varianzanalyse, ANOVA Grundprinzip	91
3.1	Abgrenzung ANOVA mit F-Test vs. t-Test. Diverse Aspekte.....	91
3.2	1 Faktor auf 2 Stufen: 2 ¹ Versuchsplan	92
3.3	2 Faktoren auf je 2 Stufen: 2 ² Versuchsplan.....	95
4	Visualisierung von Haupteffekten und Wechselwirkungen	100
4.1	Versuchspläne mit Messwiederholung	100
4.1.1	3 Faktoren auf je 2 Stufen: 2 ³ Versuchsplan.....	100
4.1.2	A-Haupteffekt	102
4.1.3	B- und C-Haupteffekt.....	104
4.1.4	AB Wechselwirkung	105
4.1.5	AC und BC Wechselwirkung	106
4.1.6	A Haupteffekt + BC Wechselwirkung.....	108
4.1.7	Haupteffekt A + AB Wechselwirkung	109
4.1.8	ABC Wechselwirkung.....	110
4.1.9	Alle Effekte und Wechselwirkungen	111
4.2	Versuchspläne ohne Messwiederholung	112
4.2.1	Möglichkeit 1: Messunschärfe	112
4.2.2	Möglichkeit 2: Nichtsignifikante Effekte als Streuungsquelle.....	113
5	2 ³ Vollfaktorieller Plan mit Zentralpunkt, Beispiel_1	115
5.1	Fallzahlbestimmung.....	116
5.2	Visualisierung der Messwerte	118



5.3	Lineare Kontraste Methode	119
5.4	Signifikanzbetrachtungen	120
5.4.1	Gepoolte Varianz.....	121
5.4.2	Varianz des Gesamtmittelwertes	121
5.4.3	Varianz eines Effektes.....	122
5.4.4	Varianz einer Wechselwirkung	122
5.4.5	Nichtlinearität	123
5.4.5.1	Varianz des Mittelwertunterschieds	123
5.4.6	t-Test.....	124
5.4.6.1	Effekte und Wechselwirkungen.....	124
5.4.6.2	Nichtlinearität, Krümmung	126
5.4.7	ANOVA Tabelle, F-Test.....	127
5.5	Vorhersagemodell	129
5.5.1	Ermittlung des Optimums mit dem Excel Solver	130
5.6	Zusammenfassung von Beispiel_1	131
6	2 ^k Teilfaktorielle Versuchspläne, Theorie	132
6.1	Motivation.....	132
6.2	2 ³⁻¹ Versuchsplan und Taguchi L4	132
6.3	2 ⁴⁻¹ Versuchsplan, sinnvoll reduziert	136
6.4	2 ⁴⁻¹ Versuchsplan, nicht sinnvoll reduziert	137
6.5	2 ⁷⁻⁴ Versuchsplan / Taguchi L ₈	138
6.5.1	Vermengung: Ausführliche Betrachtungen zum Taguchi L ₈ Feld	139
6.5.2	Zusammenfassung.....	142
6.6	Plackett- Burman Versuchspläne.....	142
6.7	Screening.....	145
7	2 ⁵⁻¹ Teilfaktorieller Plan, Beispiel_2.....	146
7.1	Vermengung.....	147
7.2	Zahlenbeispiel	149
7.3	Signifikanz der Effekte und Wechselwirkungen	151
7.3.1	Gepoolte Varianz.....	151
7.3.2	Varianz eines Effektes oder einer Wechselwirkung	151
7.3.3	t-Test.....	152
7.3.3.1	Effekte und Wechselwirkungen: Lineare Kontraste.....	152
7.4	Zusammenfassung von Beispiel_2	154
7.4.1	Ausblick.....	154
8	3 ^k Teilfaktorielle Versuchspläne, Wirkungsfläche (Response Surface), Theorie	155
8.1	Abgrenzung zu 2 ^k Versuchsplänen, Motivation.....	155
8.2	3 ^k Versuchspläne	155
9	3 ² Teilfaktorieller Plan, Wirkungsfläche (Response Surface), Regressionsmodell und Kleinste Quadrate Methode, Theorie und Beispiel_3	159
9.1	Kleinste Quadrate Methode: Einleitung	160
9.2	Kleinste Quadrate Methode: Matrixrechnung Theorie.....	163
9.2.1	Auflösen nach e	163
9.2.2	Ableiten nach c.....	164
9.2.3	Auflösen nach c.....	165
9.3	Kleinste Quadrate Methode: Matrixrechnung Zahlenbeispiel	165
9.3.1	X ^T X.....	165
9.3.2	(X ^T X) ⁻¹	166
9.3.3	X ^T Y.....	167
9.3.4	(X ^T X) ⁻¹ X ^T Y.....	168
9.3.5	Modellgleichung	168
9.3.6	Visualisierung des Modells	169
9.3.7	Ermittlung des Optimums mit dem Excel Solver	170
10	3 ³ Teilfaktorieller Plan, Wirkungsfläche (Response Surface), Beispiel_4.....	171
10.1	Ungeeigneter Versuchsplan	171
10.1.1	X ^T X.....	172



10.1.2	$(X^T X)^{-1}$	173
10.2	Mittelmässig geeigneter Versuchsplan	175
10.2.1	$X^T X$	176
10.2.2	$(X^T X)^{-1}$	177
10.2.3	$X^T Y$, Zahlenbeispiel	178
10.2.4	$(X^T X)^{-1} X^T Y$	178
10.2.5	Modellgleichung	179
10.3	Zusammenfassung von Beispiel_4	180
11	Box-Behnken Versuchspläne, Theorie	181
11.1	3^3 Box Behnken Versuchsplan	181
11.2	3^4 Box-Behnken Versuchsplan	184
11.3	Räumliche Vorstellungshilfe	184
11.4	Tesseract (Hyperwürfel)	185
11.5	3^5 Box-Behnken Versuchsplan	188
11.6	Höherdimensionale Box Behnken Versuchspläne	189
12	3^3 Box-Behnken Versuchsplan, Beispiel_5	190
12.1	Allgemeine Berechnung	190
12.1.1	$X^T X$	191
12.1.2	$(X^T X)^{-1}$	192
12.1.3	$X^T Y$	193
12.1.4	$(X^T X)^{-1} X^T Y$	194
12.2	3^3 BB Versuchsplan mit 4 Zentralpunkt Runs, Zahlenbeispiel.....	196
12.2.1	$X^T X$	197
12.2.2	$(X^T X)^{-1}$	197
12.2.3	$X^T Y$	198
12.2.4	$(X^T X)^{-1} X^T Y$	198
12.2.5	Modell.....	199
12.2.6	Ermittlung des Optimums mit dem Excel Solver	199
12.2.7	Signifikanzbetrachtungen	200
12.2.7.1	Gepoolte Varianz.....	200
12.2.7.2	Varianz des Gesamtmittelwertes	201
12.2.7.3	Varianz eines Effektes oder einer Wechselwirkung	202
12.2.7.4	Varianz des Mittelwertunterschieds: Nichtlinearität	202
12.2.8	t-Test.....	203
12.2.8.1	Effekte und Wechselwirkungen.....	204
12.2.8.2	Nichtlinearität.....	206
12.3	Zusammenfassung von Beispiel_5	207
13	Sternpunkt Versuchspläne, Theorie	208
13.1	3^3 Sternpunkt Versuchsplan	208
13.2	3^4 Sternpunkt Versuchsplan	209
13.3	3^5 und höherdimensionale Sternpunkt Versuchspläne.....	211
14	3^3 Sternpunkt Versuchsplan, Beispiel_6.....	212
14.1	Allgemeine Berechnung	212
14.1.1	$X^T X$	213
14.1.2	$(X^T X)^{-1}$	214
14.1.3	$X^T Y$	215
14.1.4	$(X^T X)^{-1} X^T Y$	216
14.2	3^3 Sternpunkt Versuchsplan mit Zentralpunkt, Zahlenbeispiel	218
14.2.1	$X^T X$	219
14.2.2	$(X^T X)^{-1}$	219
14.2.3	$X^T Y$	220
14.2.4	$(X^T X)^{-1} X^T Y$	221
14.2.5	Modell.....	221
14.2.6	Ermittlung des Optimums mit dem Excel Solver	222
14.2.7	Signifikanzbetrachtungen	223
14.2.7.1	Gepoolte Varianz.....	223



14.2.7.2	Varianz des Gesamtmittelwertes	223
14.2.7.3	Varianz eines Effektes oder einer Wechselwirkung	224
14.2.7.4	Varianz des Mittelwertunterschieds: Nichtlinearität	225
14.2.8	t-Test	226
14.2.8.1	Effekte und Wechselwirkungen	227
14.2.8.2	Nichtlinearität, Krümmung	229
14.3	Zusammenfassung von Beispiel_6	230
15	Zweistufige Versuchsplanungs-Strategie, Beispiel_7	231
15.1	Fallzahlplanung	231
15.2	2 ² vollfaktorieller Versuchsplan mit Zentralpunkt	232
15.2.1	Berechnung einiger Varianzen	233
15.2.1.1	Varianz des Gesamtmittelwertes	233
15.2.1.2	Varianz eines Haupteffektes und einer Wechselwirkung	233
15.2.1.3	Varianz der Nichtlinearität	234
15.2.2	t-Test für Effekte, Wechselwirkung und Krümmung	234
15.2.3	Modellgleichung	235
15.3	3 ² Teilfaktoriell mit Zentralpunkt: „Hineinzoomen“	237
15.3.1	$X^T X$	238
15.3.2	$(X^T X)^{-1}$	239
15.3.3	$X^T Y$	240
15.3.4	$(X^T X)^{-1} X^T Y$	240
15.3.5	Modellgleichung	240
15.3.6	Test des Modells	241
15.3.7	Visualisierung des Modells	241
15.3.8	Ermittlung des Optimums mit dem Excel Solver	242
15.3.9	Signifikanz der Modellparameter: Varianz-Kovarianz Matrix	243
15.3.9.1	Gepoolte Varianz	243
15.3.9.2	Varianz-Kovarianz Matrix	244
15.3.9.3	Signifikanz der Kovarianzen	247
15.3.9.4	Wie kann man sich die Entstehung der Kovarianzen vorstellen?	248
15.3.9.5	Vertrauensintervalle von Parametern bei Vorhandensein von Kovarianzen	248
15.3.10	Signifikanz der Modellparameter	249
15.3.11	Noch einmal Lineares Modell, nun mit Matrizenrechnung	250
15.3.11.1	$X^T X$	251
15.3.11.2	$(X^T X)^{-1}$	251
15.3.11.3	$X^T Y$	251
15.3.11.4	$(X^T X)^{-1} X^T Y$	252
15.3.11.5	Varianz-Kovarianz Matrix	252
15.3.11.6	Signifikanz der Modellparameter	252
15.4	Zusammenfassung Beispiel 7	253
16	Central Composite Designs, Zentral zusammengesetzte Versuchspläne	255
16.1	Bisheriger Status Quo: Box Behnken Pläne	255
16.2	Optimale Sternpunktpläne: Zentral zusammengesetzte Pläne	257
16.2.1	Beispiel 1a: 3 ² Plan, 1 ZP	258
16.2.2	Beispiel 1b: 3 ² Plan, 4 ZP	260
16.2.3	Beispiel 1c: 3 ² Plan, 4 ZP, nicht orthogonal	261
16.2.4	Beispiel 1d: 2 ² Plan mit Messwiederholung an allen Würfelpunkten, 0 ZP	263
16.2.5	Beispiel 2a: 3 ³ Plan	264
16.3	Beispiel 3a: 2 ⁴ Plan	267
16.4	Beispiel 3a: 2 ⁵⁻¹ Plan	268
16.5	Zusammenfassung	269
17	Signifikanzberechnungen ohne Messwiederholung, Beispiel 8a, 8b, 8c, 8d	270
17.1	Normalverteilungsnetz und Balkendiagramm	271
17.1.1	Wiederholung: Dichtefunktion vs. Verteilungsfunktion	271
17.1.2	Theorie zum Normalverteilungsnetz	272
17.1.2.1	Didaktisches Beispiel: Idealfall	275



17.1.2.2	Didaktisches Beispiel: Realfall	276
17.1.2.3	Berechnung der Varianz aus nichtsignifikanten Effekten	279
17.2	Beispiel_8a: Beispiel 2 neu gerechnet	279
17.2.1	Interpretation 1	283
17.2.2	Interpretation 2	285
17.2.3	Zusammenfassung	287
17.3	Beispiel_8b: Beispiel_5 neu gerechnet	287
17.4	Beispiel_8c: Beispiel_6 neu gerechnet	293
17.5	Zusammenfassung	298
17.5.1	Messwiederholungen vs. Verwendung nichtsignifikanter Effekte	299
18	Versuchspläne für Mischungen, Beispiele 9a, 9b	300
18.1	Theoretische Betrachtungen	300
18.2	Mischungsplan 2. Ordnung für 3 Komponenten, Beispiel_9a	308
18.2.1	$X^T X$	308
18.2.2	$(X^T X)^{-1}$	308
18.2.3	$X^T Y$	309
18.2.4	Modellgleichung und Test des Modells	309
18.2.5	Bestimmung des genauen Maximums mit dem Excel Solver	310
18.2.6	Zusammenfassung	311
18.3	Mischungsplan 2. Ordnung für 3 Komponenten eingebettet in einen Versuchsplan 1. Ordnung für 2 Komponenten, Beispiel_9b	312
18.3.1	$X^T X$	314
18.3.2	$(X^T X)^{-1}$	315
18.3.3	$X^T Y$	316
18.3.4	Modellgleichung und Test des Modells	317
18.3.5	Ermittlung des Maximums mit dem Excel Solver	318
18.3.6	Zusammenfassung	318
19	Blockbildung, Übungen mit Freiheitsgraden, Beispiele 10a, 10b, 10c	319
19.1	Abgrenzung zu Randomisierung	319
19.2	Blockbildung	320
19.3	1 Blockfaktor, Randomisiertes Blockmodell, Beispiel_10a	321
19.3.1	Beispiel	321
19.3.1.1	Quadratesummen-Zerlegung und Freiheitsgrade	323
19.3.2	Signifikanzbetrachtungen	324
19.3.2.1	a) Unterscheiden sich die Dünger signifikant?	324
19.3.2.2	b1) Unterscheiden sich Dünger 1 und Dünger 2 signifikant? F-Test	326
19.3.2.3	b2) Unterscheiden sich Dünger 1 und Dünger 2 signifikant? t-Test	326
19.4	2 und mehr Blockfaktoren: Lateinische Quadrate, Beispiel_10b	328
19.4.1	Beispiel	328
19.4.1.1	Quadratesummen-Zerlegung und Freiheitsgrade	330
19.4.1.2	Signifikanz	332
19.5	Split Plot Versuchsplan, Beispiel_10c	332
19.5.1	Beispiel	333
19.5.2	Übung: Quadratesummen-Zerlegung und Freiheitsgrade	335
19.5.3	Auswertung	341
19.5.3.1	341
19.5.3.2	ANOVA Tabelle	342
19.5.3.3	Einzeltests, Paarvergleiche	342
19.5.4	Zusammenfassung	344
20	Statistische Versuchsplanung nach Taguchi	345
20.1	Grundsätzliche Kritik zur Taguchi Methodik	345
20.2	Taguchis Qualitätsphilosophie	346
20.2.1	Andere qualitätstechnische Ansätze	346
20.2.1.1	Alt und bewährt	346
20.2.1.2	Statistische Prozessregelung (SPC):	347
20.2.2	Taguchis Verlustfunktion	347



20.2.2.1	Beispiel für ein Optimierungsproblem Lieferant – Abnehmer	348
20.2.3	Bezug zur Versuchsplanung	349
20.2.4	Taguchis Robust Design und Parameter-Design Methode	350
20.2.5	Zusammenfassung	353
21	Taguchi: Beispiel_11	355
21.1	Lageeffekte, Lineare Kontraste	357
21.2	Dispersionseffekte, lineare Kontraste	358
21.3	Signifikanzbetrachtungen	359
21.3.1	Varianzhomogenität	359
21.3.2	Gepoolte Varianz	360
21.3.3	Varianz des Gesamtmittelwertes	360
21.3.4	Varianz eines Effektes oder einer Wechselwirkung	361
21.3.5	Varianz des Mittelwertunterschieds: Nichtlinearität	361
21.4	t-Test	361
21.4.1	Effekte und Wechselwirkungen	362
21.4.2	Nichtlinearität, Krümmung	364
21.5	Zusammenfassung von Beispiel_11	365
22	Taguchi: Beispiel_12, Dummyvariablen	366
22.1	Beschreibung des Experiments	366
22.1.1	Designfaktoren	366
22.1.2	Rauschfaktoren	367
22.2	Stufenbelegungen	368
22.2.1	Graphische Darstellung der Effekte	371
22.2.2	Signifikanz der Lageeffekte	372
22.2.3	Signifikanz der Dispersionseffekte	374
22.2.4	Zwischenbilanz	374
22.3	Neue Auswertung	375
22.3.1	Graphische Darstellung der Effekte	377
22.3.2	Signifikanz der Lageeffekte	378
22.3.3	Signifikanz der Dispersionseffekte	379
22.3.4	Signifikanz der neuen Auswertung	380
22.4	Zusammenfassung von Beispiel_12	383
23	Signal-Rauschverhältnisse	384
23.1	Taguchis Verlustfunktion	384
23.1.1	Je näher am Zielmass, desto besser	385
23.1.2	Je mehr desto besser	385
23.1.3	Je weniger desto besser	386
23.1.4	Andere Schreibweisen	386
23.1.4.1	Je weniger, desto besser	386
23.1.4.2	Je mehr, desto besser	387
24	Orthogonale Felder	388
24.1.1.1	Orthogonalität bei Effekten 1. Ordnung	388
24.1.1.2	Orthogonalität bei Effekten höherer Ordnung	388
24.2	Allgemeine Herleitung von orthogonalen Feldern mit definierter Auflösung	389
24.2.1	Zum Begriff "Auflösung"	389
24.2.2	Zum Begriff "Generator"	390
24.2.3	Orthogonale $2^{(n-k)}$ Felder mit definierter Auflösung	394
24.2.3.1	Beispiel 1: 2^{7-1} aus 2^7	395
24.2.3.2	Beispiel 1: 2^{7-2} aus 2^7	395
24.2.3.3	Beispiel 3: 2^{7-3} aus 2^7	397
24.2.3.3.1	Explizite Darstellung des 2^{7-3} Planes	400
24.2.3.4	Beispiel 4: 2^{7-4} aus 2^7 (Taguchi L_8)	402
24.2.3.5	Weitere Beispiele: 2^{n-k} aus 2^n	405
24.2.4	Orthogonale $3^{(n-k)}$ Felder mit definierter Auflösung	406
24.3	Taguchi Versuchspläne	406
24.4	Plackett – Burman Versuchspläne	406



24.4.1	Gefaltete Plackett-Burman Felder: Scheinbare Auflösung 4	407
24.5	Auswahl geeigneter orthogonaler Felder	409
24.5.1	Feldauswahl vs. grundsätzlicher Ausgangssituation	410
24.5.2	Modifikation von orthogonalen Feldern	411
24.5.2.1	Beispiel 1a: 2^3 vollfaktoriell mit Messwiederholung und Zentralpunkt (ZP)	411
24.5.2.2	Beispiel 1b: 2^3 Taguchi L_4 teilfaktoriell mit Messwiederholung und ZP	411
24.5.2.3	Beispiel 1c: 2^3 Taguchi L_4 teilfaktoriell mit Messwiederholung	412
24.5.2.4	Beispiel 1d: 2^3 Taguchi L_4 teilfaktoriell ohne Messwiederholung	412
24.5.2.5	Beispiel 2a: 2^4 Taguchi L_8 teilfaktoriell, 1 Wechselwirkung	412
24.5.2.6	Beispiel 2b: 2^4 Taguchi L_8 teilfaktoriell, 3 Wechselwirkungen	413
24.5.2.7	Beispiel 2c: 2^8 Taguchi L_{16} teilfaktoriell, 5 Wechselwirkungen	413
24.5.2.8	Beispiel 3a: $2^2 \times 4^1$ Taguchi L_8 teilfaktoriell, keine Wechselwirkungen	417
24.5.2.9	Beispiel 3b: $2^2 \times 4^1$ Taguchi L_8 teilfaktoriell, eine Wechselwirkung	418
24.5.2.10	Beispiel 3c: 4^5 Taguchi L_{16} teilfaktoriell mit Dummyfaktorstufen	419
24.5.3	Wechselwirkungstabellen, ausführlich	423
24.5.3.1	Taguchi L_8	423
24.5.3.2	Taguchi L_9	425
24.5.3.3	Taguchi L_{25}	426
25	Zufällige Effekte	428
26	Verschiedenes	431
26.1	Die Natur von Wechselwirkungen	431
26.2	Kategoriale Prozessergebnisse	433
26.3	Dummyfaktorstufen	434
26.4	Vertrauensintervalle	435
26.4.1	Gepoolte Varianz eines 2^k vollfaktoriellen Versuchsplans	437
26.4.2	Varianz des Mittelwerts eines 2^k vollfaktoriellen Versuchsplans	437
26.4.3	Varianz eines Haupteffektes oder einer Wechselwirkung eines 2^k vollfaktoriellen Versuchsplans	438
26.4.4	Varianz der Krümmung eines 2^k vollfaktoriellen Versuchsplans	438
26.5	Varianzhomogenität	439
26.5.1	Welch-Satterthwaite Formel	439
26.5.2	Beispiele	440
26.6	Vertrauensintervalle für Varianzen	442
26.7	Schätzmethoden	445
26.7.1	Kleinste Quadrate Methode, OLS	445
26.7.2	Maximum Likelihood Estimation, MLE	446
26.8	Korrelation	446
26.8.1	Korrelation zwischen x und y	447
26.8.2	Korrelation der x untereinander	447
26.8.2.1	Bedingt durch den Versuchsplan	447
26.8.2.2	Technisch bedingt	448
26.8.3	Korrelation der y untereinander	448
26.9	Alphasisiko Anpassung nach Bonferroni	448
27	Computergestützte Verfahren	450
27.1	„...-optimale“ Versuchspläne: Motivation	450
27.1.1	Zu 1. Orthogonalität	451
27.1.2	Zu 2. Viele Versuchsläufe	451
27.1.3	Zu 3. Budgetvorgaben	452
27.1.4	Beispiel, Vorstellungshilfe	452
27.2	„...-optimale“ Versuchspläne: Theorie	453
27.2.1	Klassisch	453
27.2.2	Computerbasiert	453
27.2.2.1	T-optimal	454
27.2.2.2	A-optimal	455
27.2.2.3	G-optimal	455
27.2.2.4	I-optimal	456



27.2.2.5	V-optimal	456
27.2.2.6	D-optimal	456
28	Zusammenfassung	458
28.1	Auflösung	458
28.2	Kernaussagen	459
28.2.1	Versuchsplanung vs. keine Versuchsplanung.....	459
28.2.2	Der Grad des (Nicht-) Wissens & Budget	459
28.2.3	„Taguchi“	460
28.2.4	Fallzahlbestimmung.....	460
28.2.5	Orthogonale Felder.....	461
28.2.6	"Block what you can, randomize what you can not"	461
28.2.7	Felddaten versus Experiment.....	461
28.3	Links und weiterführende Dokumente	462
29	Stichwortverzeichnis	463



Abbildungsverzeichnis

Hinweis:

Manche Elemente können sowohl als Tabelle, als auch als Bild aufgefasst werden.
Im Zweifelsfall wurde als Tabelle eingeordnet.

Bild 1: Dichtefunktion der Normalverteilung	35
Bild 2: Verteilungsfunktion der Normalverteilung.....	35
Bild 3: Detail von Bild 2.....	36
Bild 4: Binomialverteilung für verschiedene Anzahlen Münzwürfe	40
Bild 5: Zufallszahlen mit Gewichtungprofil.....	41
Bild 6: Zentraler Grenzwertsatz, Veranschaulichung	41
Bild 7: t-Verteilung mit 1 Freiheitsgrad	44
Bild 8: t-Verteilung mit 5 Freiheitsgraden	45
Bild 9: t-Verteilung mit 10 Freiheitsgraden	45
Bild 10: t-Verteilung mit 25 Freiheitsgraden	46
Bild 11: Alphasisiko, Schwellwert und Prüfgrösse allgemein	49
Bild 12: t-Verteilung, Alphasisiko zweiseitig, Schwellwert und Prüfgrösse, Signifikant.....	53
Bild 13: t-Verteilung, Alphasisiko zweiseitig, Schwellwert und Prüfgrösse, Nicht Signifikant.....	55
Bild 14: t-Verteilung, Alphasisiko einseitig, Schwellwert und Prüfgrösse, Signifikant	56
Bild 15: t-Verteilung, Alphasisiko einseitig, Schwellwert und Prüfgrösse, Nicht Signifikant	58
Bild 16: t-Verteilung, Alphasisiko zweiseitig, Schwellwert und Prüfgrösse, Nicht Signifikant.....	63
Bild 17: t-Verteilung, Alphasisiko einseitig, Schwellwert und Prüfgrösse, Signifikant	65
Bild 18: t-Verteilung, Alphasisiko einseitig, Schwellwert und Prüfgrösse, Nicht Signifikant	66
Bild 19: t-Verteilung, Alphasisiko zweiseitig, Schwellwert und Prüfgrösse, Nicht Signifikant.....	68
Bild 20: t-Verteilung, Alphasisiko einseitig, Schwellwert und Prüfgrösse, Signifikant	70
Bild 21: t-Verteilung, Alphasisiko einseitig, Schwellwert und Prüfgrösse, Nicht Signifikant	72
Bild 22: F-Verteilung, Alphasisiko, Schwellwert und Prüfgrösse, Nicht Signifikant.....	74
Bild 23: F-Verteilung, Alphasisiko, Schwellwert und Prüfgrösse, Signifikant.....	76
Bild 24: Verteilungsfunktion bei zutreffender H0 bzw. H1, Effektgrösse	78
Bild 25: Alphasisiko, Betarisiko, Effektgrösse, Schwellenwert, H0, H1	79
Bild 26: Alphasisiko, Betarisiko, Effektgrösse, Schwellenwert, H0, H1	79
Bild 27: Alphasisiko, Betarisiko, Effektgrösse, Schwellenwert, H0, H1	80
Bild 28: ANOVA einfaktoriell, Veranschaulichung	93
Bild 29: ANOVA-Tabelle einfaktoriell	94
Bild 30: ANOVA zweifaktoriell, Veranschaulichung.....	96
Bild 31: ANOVA zweifaktoriell, Gesamte Streuung	96
Bild 32: ANOVA zweifaktoriell, Innere Streuung	96
Bild 33: ANOVA zweifaktoriell, Streuung zwischen den Stufen von Faktor 1	97
Bild 34: ANOVA zweifaktoriell, Streuung zwischen den Stufen von Faktor 2	97
Bild 35: ANOVA zweifaktoriell, Streuung der Wechselwirkung.....	98
Bild 36: ANOVA zweifaktoriell, Streuung zwischen allen 4 Stufen beider Faktoren.....	99
Bild 37: Dreifaktoriell, Räumliche Veranschaulichung	100
Bild 38: ANOVA, Haupteffekt A.....	102
Bild 39: ANOVA, Haupteffekt B.....	104
Bild 40: ANOVA, Haupteffekt C	104
Bild 41: ANOVA, Wechselwirkung A-B	105
Bild 42: ANOVA, Wechselwirkung A-C	107
Bild 43: ANOVA, Wechselwirkung B-C	107
Bild 44: ANOVA, Haupteffekt A + Wechselwirkung B-C.....	108
Bild 45: ANOVA, Haupteffekt A + Wechselwirkung A-B	109
Bild 46: ANOVA, Wechselwirkung A-B-C.....	110
Bild 47: ANOVA, alle Effekte und Wechselwirkungen	111
Bild 48: ANOVA, Haupteffekt A + Wechselwirkung A-B, ohne Messwiederholung.....	112



Bild 49: Nichtsignifikante Effekte als Streuungsquelle.....	114
Bild 50: Dreifaktoriell mit Zentralpunkt, Räumliche Veranschaulichung.....	115
Bild 51: ANOVA, dreifaktoriell mit Zentralpunkt.....	118
Bild 52: Excel Solver.....	130
Bild 53: Fläche $Y = 1 + X_1 + X_2 + X_1 \cdot X_2$	156
Bild 54: $1 + X + Y + X \cdot Y + X^2 + Y^2$ Fläche.....	156
Bild 55: Ausgeschriebene Matrixgleichung.....	162
Bild 56: Quadratische Kurve im Raum.....	169
Bild 57: Quadratische Kurve im Raum.....	180
Bild 58: 3^3 Box Behnken Veranschaulichung.....	182
Bild 59: Tesseract (4D-Würfel).....	185
Bild 60: Tesseract, Verbindungsflächen zw. Innerem und äusserem Würfel.....	187
Bild 61: 3^3 Box Behnken Veranschaulichung.....	202
Bild 62: 3^3 Sternpunkt Plan, Veranschaulichung.....	208
Bild 63: Tesseract.....	210
Bild 64: 3^3 Sternpunkt Plan, Veranschaulichung.....	225
Bild 65: Lineares Modell, Flächendarstellung im Raum.....	236
Bild 66: Zweistufiger Versuchsplan, Visualisierung.....	237
Bild 67: Excel Matrixbefehl, Beispiel.....	239
Bild 68: Quadratische Kurve im Raum.....	241
Bild 69: Gepoolte Varianz bei überlappenden Versuchsplänen.....	243
Bild 70: Dichtefunktion der $N(0;1)$ Normalverteilung.....	271
Bild 71: Verteilungsfunktion der $N(0;1)$ Normalverteilung.....	272
Bild 72: Normalverteilungsnetz: 50 Daten mit dem Excel Zufallsgenerator (1).....	273
Bild 73: Normalverteilungsnetz: 50 normalverteilte Daten mit dem Excel Zufallsgenerator (2).....	273
Bild 74: Balkendiagramm: 50 normalverteilte Daten mit dem Excel Zufallsgenerator (2).....	274
Bild 75: Excel Zufallsgenerator.....	275
Bild 76: Normalverteilungsnetz: Ideale Daten.....	275
Bild 77: Balkendiagramm: Ideale Daten.....	276
Bild 78: Normalverteilungsnetz: Reale Daten.....	277
Bild 79: Balkendiagramm: Reale Daten.....	277
Bild 80: Normalverteilungsnetz Beispiel 8a (1).....	281
Bild 81: Balkendiagramm Beispiel_8a.....	281
Bild 82: Normalverteilungsnetz Beispiel 8c.....	296
Bild 83: Mögliche Parameterwerte bei 2 Komponenten, graphische Darstellung.....	302
Bild 84: Mögliche Parameterwerte bei 3 Komponenten, graphische Darstellung.....	303
Bild 85: Mischungspläne für 3 Komponenten, verschiedene Ordnungen.....	306
Bild 86: Mischungsplan für 4 Komponenten, 2. Ordnung.....	307
Bild 87: Ergebnis Beispiel_9a, graphische Darstellung.....	310
Bild 88: Versuchsplan Beispiel_9b, graphische Darstellung.....	313
Bild 89: 2^3 Designmatrix mit Taguchi L_4 Rauschmatrix, Veranschaulichung.....	351
Bild 90: Taguchi, Minimierung der Streuung, Veranschaulichung.....	352
Bild 91: 2^3 Designmatrix mit Taguchi L_4 Rauschmatrix, Veranschaulichung.....	355
Bild 92: 2^3 vollfaktoriell mit Zentralpunkt Designmatrix + Taguchi L_4 Rauschmatrix: Lageeffekte, lineare Kontraste, Ergebnisdarstellung.....	357
Bild 93: Taguchi, visuelle Darstellung von Effekten.....	358
Bild 94: 2^3 Plan mit Zentralpunkt Designmatrix + Taguchi L_4 Rauschmatrix: Dispersionseffekte, Lineare Kontraste, Ergebnisdarstellung.....	358
Bild 95: 2^3 Plan mit Zentralpunkt Designmatrix + Taguchi L_4 Rauschmatrix: Lageeffekte, Signifikanz.....	363
Bild 96: Graphische Ergebnisdarstellung Beispiel_12, erste Auswertung.....	371
Bild 97: Graphische Ergebnisdarstellung "nachher" Beispiel_12.....	377
Bild 98: Graphische Ergebnisdarstellung vorher + nachher Beispiel_12.....	381



Tabellenverzeichnis

Hinweis:

Es sind insgesamt weit über 200 Tabellen. In dieses Verzeichnis wurden nur diejenigen Tabellen aufgenommen, die grundlegende Zusammenhänge darstellen. Tabellen, die lediglich Rechenschritte oder einfache Ergebnisse darstellen (dies sind die meisten), wurden nicht in das Tabellenverzeichnis aufgenommen.

Tabelle 1: Kovarianz Veranschaulichung	38
Tabelle 2: ANOVA Tabelle, zweifaktoriell, alle Effekte und WW aufgelöst	98
Tabelle 3: ANOVA Tabelle, zweifaktoriell, Effekte und WW nicht aufgelöst	99
Tabelle 4: ANOVA-Tabelle, Haupteffekt A signifikant	103
Tabelle 5: ANOVA-Tabelle, Haupteffekt B signifikant	104
Tabelle 6: ANOVA-Tabelle, Haupteffekt C signifikant	104
Tabelle 7: ANOVA-Tabelle, Wechselwirkung A-B signifikant	106
Tabelle 8: ANOVA-Tabelle, Wechselwirkung A-C signifikant	107
Tabelle 9: ANOVA-Tabelle, Wechselwirkung B-C signifikant	107
Tabelle 10: ANOVA-Tabelle, Haupteffekt A + Wechselwirkung B-C signifikant.....	108
Tabelle 11: ANOVA, Haupteffekt A + Wechselwirkung A-B signifikant.....	109
Tabelle 12: ANOVA-Tabelle, Wechselwirkung A-B-C signifikant.....	110
Tabelle 13: ANOVA-Tabelle, alle Effekte und Wechselwirkungen signifikant.....	111
Tabelle 14: ANOVA-Tabelle, Haupteffekt A + Wechselwirkung A-B signifikant, ohne Messwiederholung.	113
Tabelle 15: 2^3 Plan mit Zentralpunkt, Methode der linearen Kontraste.....	120
Tabelle 16: 2^3 Plan mit Zentralpunkt, Methode der linearen Kontraste, Signifikanz.....	125
Tabelle 17: ANOVA-Tabelle, Haupteffekte A und B + Wechselwirkung A-C	128
Tabelle 18: Vergleich der mit t-Tests und ANOVA berechneten Signifikanzniveaus	128
Tabelle 19: 2^3 Versuchsplan: Effekte und daraus berechnete Modellkoeffizienten.....	129
Tabelle 20: 2^{4-1} Plan, Haupteffekte und Wechselwirkungen.....	136
Tabelle 21: Taguchi L_8	138
Tabelle 22: Taguchi L_8 und L_8W	139
Tabelle 23: Plackett-Burman Feld PB_{12}	143
Tabelle 24: Plackett Burman Feld PB_{12} Vermengung, Beispiel	143
Tabelle 25: 2^5 Vollfaktorieller Plan	146
Tabelle 26: 2^{5-1} Teilfaktorieller Plan.....	147
Tabelle 27: 2^{5-1} teilfaktorieller Plan, Zahlenbeispiel.....	150
Tabelle 28: 2^{5-1} Plan Auswertung, lineare Kontraste, Signifikanz	153
Tabelle 29: Anzahl Faktorstufenkombinationen und Anzahl Modellkoeffizienten	157
Tabelle 30: 3^2 teilfaktorieller Plan.....	159
Tabelle 31: 2^2 vollfaktorieller Plan mit Modell 2. Ordnung: Modell vs. Messergebnisse	169
Tabelle 32: 3^3 teilfaktorieller Plan, nicht funktionierend	171
Tabelle 33: 3^3 teilfaktorieller Plan, mässig geeignet.....	176
Tabelle 34: Vollfaktorieller 2^3 Plan mit Modell 2. Ordnung: Modell vs. Messergebnisse	179
Tabelle 35: 3^3 Box Behnken Plan	182
Tabelle 36: 4^3 Box Behnken Plan, inoffiziell	186
Tabelle 37: 4^3 Box Behnken Plan, offiziell.....	188
Tabelle 38: 5^3 Box Behnken Plan, offiziell.....	189
Tabelle 39: Anzahl Faktorstufenkombinationen bei Box Behnken Plänen.....	189
Tabelle 40: 3^3 Box Behnken Plan, Beispiel mit 3 Zentralpunkt Versuchsläufen.....	190
Tabelle 41: 3^3 Box Behnken Plan mit 4 Zentralpunkt Versuchsläufen.....	196
Tabelle 42: BB 3^3 Versuch mit Modell 2. Ordnung: Modellergebnisse vs. Messergebnisse	199
Tabelle 43: 3^3 Box Behnken Plan Auswertung, Kleinste Quadrate Methode, Signifikanz.....	204
Tabelle 44: BB 3^3 Versuchsplan: Vergleich der Modellkoeffizienten mit den Effekten	205
Tabelle 45: 3^3 Sternpunkt Plan mit Zentralpunkt.....	209
Tabelle 46: 3^4 Sternpunkt Plan mit Zentralpunkt.....	210



Tabelle 47: Anzahl Faktorstufenkombinationen bei Sternpunkt-Plänen	211
Tabelle 48: 3^3 Sternpunkt Plan, Beispiel mit einem Zentralpunkt Versuchslauf.....	212
Tabelle 49: 3^3 Sternpunkt Versuchsplan, Zahlenbeispiel	218
Tabelle 50: 3^3 Sternpunkt Plan Auswertung, lineare Kontraste, Signifikanz	227
Tabelle 51: Sternpunkt 3^3 Versuchsplan: Vergleich der Modellkoeffizienten mit den Effekten	228
Tabelle 52: 2^2 vollfaktorieller Versuchsplan mit Zentralpunkt, codierte Werten, tatsächlichen Einstellwerten und Messwerten	232
Tabelle 53: 2^2 Plan Auswertung, lineare Kontraste, Signifikanz	235
Tabelle 54: 3^2 vollfaktorieller Versuchsplan mit Messergebnissen	238
Tabelle 55: Varianz-Kovarianzmatrix	246
Tabelle 56: Quadratisches Modell, Kleinste Quadrate Methode, Signifikanz.....	249
Tabelle 57: Lineares Modell, Kleinste Quadrate Methode, Signifikanz.....	253
Tabelle 58: Ergebnis von Beispiel_2.....	280
Tabelle 59: Varianz-Zuordnung Beispiel_8a (1).....	283
Tabelle 60: Ergebnisse Beispiel_8a (1)	284
Tabelle 61: Normalverteilungsnetz Beispiel 8a (2).....	285
Tabelle 62: Varianz-Zuordnung Beispiel_8a (2).....	285
Tabelle 63Tabelle 60: Ergebnisse Beispiel_8a (2).....	286
Tabelle 64: Ergebnisse Beispiel_5.....	288
Tabelle 65: Normalverteilungsnetz Beispiel 8b	289
Tabelle 66: Varianz-Zuordnung Beispiel_8b	289
Tabelle 67: Ergebnistabelle Beispiel_8b	291
Tabelle 68: Ergebnisse Beispiel_6.....	294
Tabelle 69: Ergebnisse Beispiel_6, neu gerechnet	295
Tabelle 70: Varianz-Zuordnung Beispiel_8c	296
Tabelle 71: Ergebnisse Beispiel_8c.....	298
Tabelle 72: Verschiedene Quadratesummen-Zerlegungen.....	324
Tabelle 73: Lateinische Quadrate	328
Tabelle 74: Verschiedene Quadratesummen-Zerlegungen.....	331
Tabelle 75: Split Plot Beispiel, Verschiedene Quadratesummen-Zerlegungen.....	339
Tabelle 76: Split Plot Beispiel, Erklärung unterschiedlicher Quadratesummen-Zerlegungen	340
Tabelle 77: Split Plot Beispiel, zweckmässige, jedoch nicht orthogonale Quadratesummen-Zerlegung....	341
Tabelle 78: Split Plot Beispiel, ANOVA Tabelle	342
Tabelle 79: 2^3 Plan Designmatrix mit Taguchi L_4 Rauschmatrix: Versuchsplan.....	352
Tabelle 80: 2^3 Versuchsplan	351
Tabelle 81: Taguchi L_4	351
Tabelle 82: 2^3 Plan	355
Tabelle 83: Taguchi L_4	355
Tabelle 84: Taguchi L_{18}	368
Tabelle 85: Taguchi $L_{16}(e)$	368
Tabelle 86: Taguchi L_{16} Designmatrix mit Taguchi mit L_{16} Rauschmatrix. Beispiel 10, erste Auswertung..	370
Tabelle 87: Taguchi L_{16} Designmatrix mit Taguchi mit L_{16} Rauschmatrix. Beispiel 10, zweite Auswertung	376
Tabelle 88: 2^{n-k} Versuchspläne: Auflösungen	405
Tabelle 89: Taguchi L_4 mit Wechselwirkungstabelle	411
Tabelle 90: Taguchi L_8 mit Wechselwirkungstabelle	412
Tabelle 91: Taguchi L_{16} mit Wechselwirkungstabelle	415
Tabelle 92: Taguchi L_8	417
Tabelle 93: Taguchi L_8 modifiziert mit Wechselwirkungstabelle, 1 Faktor mit 4 Stufen.....	418
Tabelle 94: Taguchi L_8 modifiziert mit Wechselwirkungstabelle, 1 Faktor mit 4 Stufen.....	418
Tabelle 95: Taguchi L_{18}	420
Tabelle 96: Taguchi L_{16}	420
Tabelle 97: Taguchi L_{16} modifiziert, 3 Faktoren zu je 4 Stufen (schlecht).....	421
Tabelle 98: Wechselwirkungstabelle zu Taguchi L_{16} modifiziert (schlecht).....	421
Tabelle 99: Taguchi L_{16} modifiziert, 3 Faktoren zu je 4 Stufen (besser)	422
Tabelle 100: Wechselwirkungstabelle zu Taguchi L_{16} modifiziert (besser)	422
Tabelle 101: Taguchi L_8 , Vermengungen.....	424



Tabelle 102: Taguchi L_9 , Vermengungen.....	425
Tabelle 103: Taguchi L_{25} , Vermengungen.....	427
Tabelle 104: Welch Satterthwaite Formel bei Varianzinhomogenität, Zahlenbeispiele.....	441
Tabelle 105: Varianz der Varianz, Zahlenbeispiele.....	443
Tabelle 106: Vertrauensintervall der Varianz, Zahlenbeispiele.....	444
Tabelle 107: Alpha-Risiko Anpassung nach Bonferroni.....	449
Tabelle 108: Determinanten, Beispiele.....	457
Tabelle 109: Auflösung von Versuchsplänen.....	458
Tabelle 110: Links und weiterführende Informationen.....	462
Tabelle 111: Stichwortverzeichnis.....	467